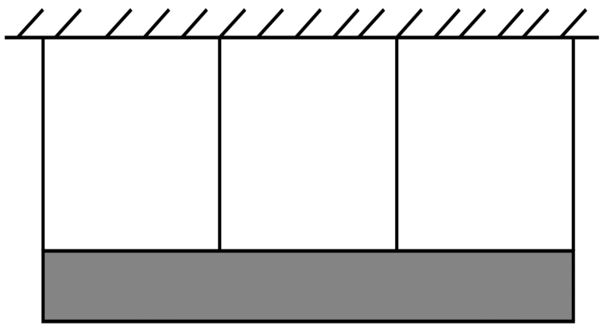
Задача №1



Стальной однородный стержень массой 12 кг подвешен в горизонтальном положении на четырех одинаковых стальных струнах

Две струны прикреплены к концам стержня, расстояния между ближайшими струнами одинаковы. Натяжения струн одинаковы. Правую струну перекусывают. Чему будет равно натяжение третьей из оставшихся струн? Нумерация струн слева направо. Считать ускорение свободного падения равным 10 м/с^2.

Решение задачи 1

Задача предложена Александром Викторовичем Ляпцевым профессором физического факультета СПбГУ, д.ф.-м.н.

Для решения необходимо учесть растяжение струн при нагрузке на них. При этом можно принять приближение упругих линейных деформаций (закон Гука), так что связи сил и растяжений определяются выражениями:

$F_i = kx_i$, (1)

где k – коэффициент жесткости, а x_i – удлинение струны по отношению к длине ненагруженной струны.

Первоначально все струны натянуты одинаково. При перекусывании правой струны стержень незначительно отклоняется от горизонтального положения, и деформации струн становятся различными (рис. 4).

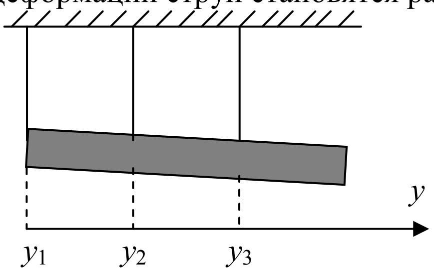


Рис. 4.

При этом между величинами растяжений и горизонтальными координатами струн имеется линейная зависимость: $x_i = a+by_i$. Без потери общности можно положить $y_1 = 0$, так что получим:

$$F_1 = ka,$$
$$F_2 = k(a + lb), \qquad (2)$$
$$F_3 = k(a + 2lb),$$

где l – расстояние между соседними струнами. Равенство сил и моментов относительно центра масс стержня сил дает еще два уравнения:

$$F_1 + F_2 + F_3 = mg,$$
$$\frac{3}{2}lF_1 + \frac{1}{2}lF_2 = \frac{1}{2}lF_3. \qquad (3)$$

Решая систему уравнений (2), (3), получим ответ:

$$F_1 = \frac{mg}{12}, \quad F_2 = \frac{mg}{3}, \quad F_3 = \frac{7mg}{12}.$$

Задача №2

Имеется куб из однородно заряженного непроводящего вещества. Потенциал в углу куба равен 2 В. Чему равен потенциал в центре куба?

Решение задачи 2

Задача предложена Александром Викторовичем Ляпцевым профессором физического факультета СПбГУ, д.ф.-м.н.

Для решения задачи используем соображения размерности. Равномерно заряженный куб характеризуется всего двумя параметрами: зарядом q и размером (длиной ребра) a. Из этих параметров можно сконструировать единственную комбинацию с размерностью потенциала: q/a. Обозначая потенциал в центре куба через φ_0, а потенциал в углу куба – через φ_1, получим:

$$\varphi_0(q,a) = C_0 \frac{q}{a}, \quad \varphi_1(q,a) = C_1 \frac{q}{a}, \qquad (4)$$

где коэффициенты C_i включают в себя как размерные коэффициенты, соответствующие системе выбранных единиц (например, $1/\varepsilon_0$ в системе СИ) так и безразмерные числовые коэффициенты. Заметим, что выражения (4) можно получить, проводя формальное суммирование потенциалов от зарядов, составляющих куб.

Мысленно разобьем куб с ребром a на 8 одинаковых кубов с ребрами $a/2$. Тогда из принципа суперпозиции потенциал в центре «большого» куба будет равен сумме потенциалов в углах «малых» кубов. Это утверждение можно записать в виде соотношения:

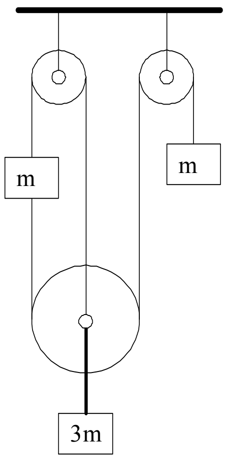
$$\varphi_0(q,a) = 8\varphi_1(q/8, a/2), \qquad (5)$$

поскольку заряд «малого» куба в 8 раз меньше заряда «большого». С учетом соотношения (4) равенство (5) принимает вид:

$$C_0 \frac{q}{a} = 8C_1 \frac{q}{8}\frac{2}{a}.$$

Из этого соотношения получим $C_0 = 2C_1$ и $\varphi_0 = 2\varphi_1$.

Задача №3



Найдите ускорения грузов в механической системе (см. рисунок). Блоки и нити невесомы, трения нет. Нити нерастяжимы.

Решение задачи 3

Автор задачи - Варламов С.Д., СУНЦ МГУ

Поскольку нить всего одна (на одном из ее участков к ней прикреплен груз m), и по условию она нерастяжима, то движения всех грузов согласованы, то есть имеется кинематическая связь между ускорениями грузов. Пусть ускорение груза 3m ***a*** направлено вверх, тогда ускорение груза m слева имеет такую же величину и направлено вниз, то есть равно - ***a***. Груз m справа имеет ускорение -3***a***.

Поскольку по условию нить невесома, а трение в осях блоков отсутствует и сами блоки невесомы, то участки нити, прилегающие к одному и тому же шкиву какого-либо блока, имеют одинаковое натяжение.

У нити имеются два участка, натяжения которых отличаются друг от друга. Обозначим натяжение того из них, который прикреплен к оси подвижного блока, символом F. А натяжение другого участка нити обозначим символом T.

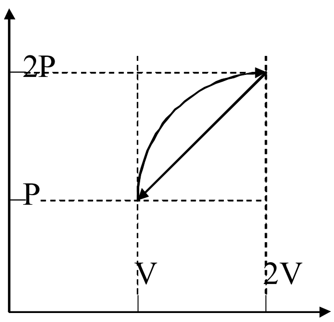
Запишем динамические уравнения (2-й закон Ньютона) для каждого их трех грузов системы, спроектировав их на вертикальную ось, направленную вниз:

Левый груз	*Средний груз*	*Правый груз*
$ma = mg - F + T$	$-3ma = 3mg - F - 2T$	$3ma = mg - T$

Эти три уравнения содержат три неизвестные величины F, T, a. Исключая T и F, находим значение величины ускорения a и ускорения всех грузов:

Левый груз	*Средний груз*	*Правый груз*
$\vec{a}_{лев} = \vec{g}\dfrac{1}{13}$	$\vec{a}_{средн} = -\vec{g}\dfrac{1}{13}$	$\vec{a}_{прав} = \vec{g}\dfrac{3}{13}$

Задача №4



С одним молем одноатомного идеального газа был совершен цикл, который в координатах P,V при выбранных масштабах по осям состоит из двух участков: дуги ¼ окружности с центром этой окружности в точке (P,2V) и линейного участка, соединяющего концы дуги, то есть хорды окружности (см. рисунок). Найдите термодинамический КПД этого цикла.

Решение задачи 4

Автор задачи - Варламов С.Д., СУНЦ МГУ

Газ получал теплоту Q^+ от нагревателя на «кривом» участке, и отдавал теплоту Q^- на «прямолинейном» участке.

Полученная газом теплота может быть представлена в виде суммы $Q^+ = A_1 + \Delta U$. Где A_1 – это работа газа на «кривом» участке, ΔU – изменение внутренней энергии.

$A_1 = PV(1+\pi/4)$. (2 балла)$\Delta U = 3/2*PV*(4-1) = 9/2*PV$

Работа газа на прямолинейном участке цикла $A_2 = -3/2*PV$.

КПД цикла равен $(A_1+A_2)/Q^+ = (\pi-2)/(\pi+22)$

Задача №5

Небольшой шарик массы m с зарядом q влетает в область однородного горизонтального электрического поля. Скорость шарика составляет угол α с силовыми линиями поля. При какой величине напряжённости поля E движение шарика будет прямолинейным? Потерями энергии на излучение пренебречь.

Решение задачи 5

Задачу предложил СУНЦ УрГУ

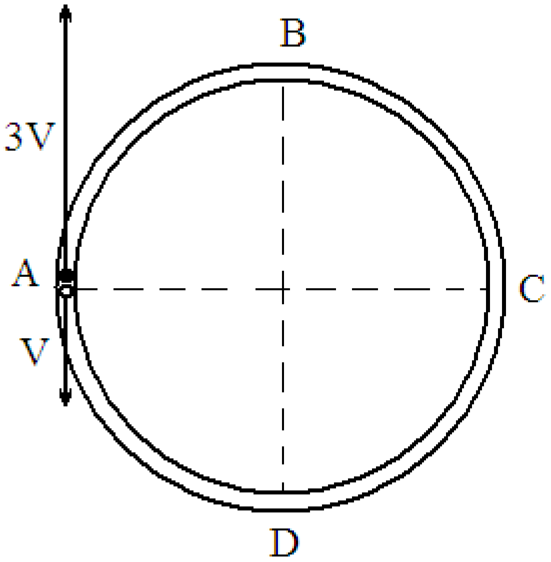
Движение прямолинейно при выполнении следующего условия: вектора скорости и ускорения направлены вдоль одной прямой. Направление ускорения определяется суммой сил $q\vec{E} + m\vec{g}$. Вектор ускорения должен составлять угол α с линиями индукции. Тогда

$$tg\alpha = \frac{mg}{qE}.$$

Следовательно,

$$E = \frac{mg}{q} ctg\alpha.$$

Задача №6



Два одинаковых шарика могут без трения двигаться в круговом жёлобе. В начальный момент времени шарики находятся в точке A и имеют скорости 3V и V, направленные противоположно. Столкновения шариков абсолютно упругие. Где произойдёт 2009 столкновение шариков? 2010 столкновение?

Решение задачи 6

Задачу предложил СУНЦ УрГУ

При упругих ударах одинаковые шарики обмениваются скоростями. Первое столкновение шаров произойдёт в точке D, после него у первого шара скорость V, у второго – 3V. Второе столкновение произойдёт в точке C, шарики снова обменяются скоростями и.т.д. 2009 столкновение произойдёт в точке D, 2010 – в точке C.