

МАТЕМАТИКА

8 класс

Задача 1

Задача предложена Григорием Михайловичем Головачевым, преподавателем Академической гимназии СПбГУ, к.ф.-м.н.

На координатной плоскости проведена прямая $y = -\frac{2011}{2009}x + 2011$. Внутри отрезка этой прямой, заключенного между положительными координатными полуосями, отмечены все точки, сумма координат которых – целое число. Сколько отмечено точек?

Решение

Отметим, что прямая пересекает ось X в точке с абсциссой 2009. Пусть произвольная точка отрезка прямой имеет координаты $(x_0; y_0)$. Сумма ее координат равна

$$x_0 + y_0 = x_0 - \frac{2011}{2009}x_0 + 2011 = -\frac{2}{2009}x_0 + 2011.$$
 Это число будет целым, если дробь

$\frac{2}{2009}x_0$ будет целым числом k . Заметим, что число x_0 не может быть иррациональным,

т.е. его можно представить в виде несократимой дроби $x_0 = \frac{m}{n}$. Из этих представлений

получаем равенство в целых числах: $2m = 2009nk$. С учетом того, что m и n взаимно просты, получаем, что m делится на 2009, а n может равняться только 1 или 2.

Единственное число $x_0 = \frac{m}{n}$, попадающее на интервал $(0; 2009)$, равно $\frac{2009}{2}$, т.е. условию

задачи удовлетворяет одна точка.

Ответ: 1

Задача 2

Задача предложена Григорием Михайловичем Головачевым, преподавателем Академической гимназии СПбГУ, к.ф.-м.н.

В городском автопарке 20 автобусов марки "Форд" и 15 автобусов марки "Вольво". На 23 автобусах нарисована эмблема автопарка, на 30 автобусах изображен герб города. На каком количестве автобусов есть и эмблема, и герб, если в автопарке нет автобусов без символики?

Решение

Из первого условия следует, что в автопарке всего 35 автобусов. На $35-23=12$ автобусах нет эмблемы автопарка. Это означает, что на 12 автобусах нарисован только герб города. Соответственно на $30-12=18$ нарисованы и герб города, и эмблема автопарка.

Ответ: 18.

Задача 3

Задача предложена Ильей Викторовичем Воробьевым, студентом механико-математического факультета МГУ.

Найти минимально возможную (по модулю) разность натуральных чисел a и b , если $ab = 2010^3$, a и b взаимно просты.

Решение

$$2010^3 = 2^3 * 3^3 * 5^3 * 67^3$$

Каждый из множителей P^3 должен полностью войти в a или b . Пусть 67^3 входит в a , тогда $a > b$, следовательно, для того чтобы разность была минимальной a должно быть равно 67^3 , а $b = 2^3 * 3^3 * 5^3$.

Тогда минимальная разность равна $67^3 - 30^3 = 273763$.

Задача 4

Задача предложена Ильей Викторовичем Воробьевым, студентом механико-математического факультета МГУ.

В колоде 36 карт, из них 4 туза. Сколькими способами можно выбрать 6 карт, чтобы среди них было ровно 2 туза?

Решение

Выбираем 2 туза и 4 "не туза".

$$\frac{32!}{28!4!} * \frac{4!}{2!2!} = 215760$$

Задача 5

Решение задачи не предоставлено СУНЦ УрГУ

Ответ: 9

Задача 6

Решение задачи не предоставлено СУНЦ УрГУ

Ответ: 1100

9 класс

Задача 1

Задача предложена Григорием Михайловичем Головачевым, преподавателем Академической гимназии СПбГУ, к.ф.-м.н.

Точки пересечения параболы $y = x^2 + c$ с осями координат являются вершинами правильного (равностороннего) треугольника. Найдите c .

Решение

Вспомним (или вычислим), что высота правильного треугольника равна $\frac{\sqrt{3}}{2}a$, где a - сторона треугольника. Заметим, что ветви заданной параболы направлены вверх, и парабола пересекает ось Y в точке с отрицательной ординатой. Точки пересечения параболы с осями имеют координаты $\left(-\frac{a}{2}; 0\right)$, $\left(\frac{a}{2}; 0\right)$, $\left(0; -\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)$. Подставив

соответствующие значения в уравнение параболы, получаем $c = -\frac{a^2}{4}$ и $c = -\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

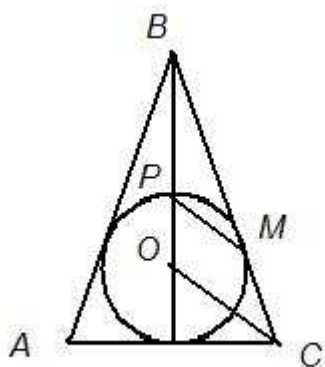
Решив полученные уравнения относительно c , находим $c = -3$.

Ответ: -3

Задача 2

Задача предложена Григорием Михайловичем Головачевым, преподавателем Академической гимназии СПбГУ, к.ф.-м.н.

Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник ABC с вершиной B , касается стороны BC в точке M , и пересекает высоту BH в точке P . Величина угла PMB равна 27 градусов. Найдите угол OCA , где O - центр вписанной окружности треугольника ABC .



Решение

Пусть O - центр вписанной окружности, OC - биссектриса угла C . Отметим, что угол PMB - это угол между хордой и касательной, и, по известной

теореме, равен половине центрального угла POM . Отсюда угол POM равен 54 градуса. Его можно вычислить и не используя указанную теорему - заметим, что угол OMB - прямой, угол PMO - 63 градуса, тогда в равнобедренном треугольнике POM угол при вершине O равен 54 градуса. Вычисляем угол OBM в прямоугольном треугольнике, OBM равен 36 градусов. Соответственно углы треугольника ABC равны 72, 54, 54 градусов. Угол OCA равен 27 градусов.

Ответ: 27

Задача 3

Задача предложена Ильей Викторовичем Воробьевым, студентом механико-математического факультета МГУ.

Найти количество различных прямоугольных треугольников, длины сторон которых являются целыми числами, если один из катетов этих треугольников равен 21.

Решение

$$c^2 - b^2 = 441$$

$$(c - b)(c + b) = 441$$

так как $c + b > c - b$, то $c + b > 21$

$c + b$ - это делитель числа 441, значит $c + b$ равно 49, 63, 147 или 441.

Получаем 4 решения:

$$c + b = 49 \quad c = 29 \quad b = 20$$

$$c + b = 63 \quad c = 35 \quad b = 28$$

$$c + b = 147 \quad c = 75 \quad b = 72$$

$$c + b = 441 \quad c = 221 \quad b = 220$$

Задача 4

Задача предложена Ильей Викторовичем Воробьевым, студентом механико-математического факультета МГУ.

Найти четырехзначное число x такое, что x и x^2 дают одинаковые остатки при делении на 10000.

Решение

Запись $a \equiv b \pmod{c}$ означает, что a и b дают одинаковые остатки при делении на c . Читается: a сравнимо с b по модулю c .

$$10000 = 2^4 * 5^4$$

Данное сравнение равносильно выполнению двух условий

$x(x-1) \equiv 0 \pmod{2^4}$ и $x(x-1) \equiv 0 \pmod{5^4}$. Отсюда $x \equiv 0, 1 \pmod{2^4}$ и $x \equiv 0, 1 \pmod{5^4}$. Поэтому по модулю 10000 исходному сравнению будут удовлетворять 4 числа (китайская теорема об остатках), из которых два — это числа $x = 0$ и $x = 1$. Два других решения — это $x = 0625$ и $x = 9376$, из которых четырехзначным является только второе.

Задача 5

Решение задачи не предоставлено СУНЦ УрГУ

Ответ: 858687

Задача 6

Решение задачи не предоставлено СУНЦ УрГУ

Ответ: 5

10 класс

Задача 1

Задача предложена Григорием Михайловичем Головачевым, преподавателем Академической гимназии СПбГУ, к.ф.-м.н.

Пусть $y = f(x)$ и $y = g(x)$ - две квадратичные функции с одинаковыми старшими коэффициентами. Известно, что $f(20) + f(10) = g(20) + g(10)$. Решите уравнение $f(x) = g(x)$. Если уравнение имеет несколько корней, в ответ напишите их сумму.

Решение

Пусть $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = ax^2 + px + q$. Имеем равенство

$a20^2 + 20b + c + a10^2 + 10b + c = a20^2 + 20p + q + a10^2 + 10p + q$. Отсюда $30b + 2c = 30p + 2q$

и $30(b-p) = 2(q-c)$. Пусть x_0 - корень заданного уравнения. Получаем

$ax_0^2 + bx_0 + c = ax_0^2 + px_0 + q$, откуда $(b-p)x_0 = (q-c)$. Подставим полученное ранее

соотношение $q-c = 15(b-p)$, найдем $x_0 = 15$.

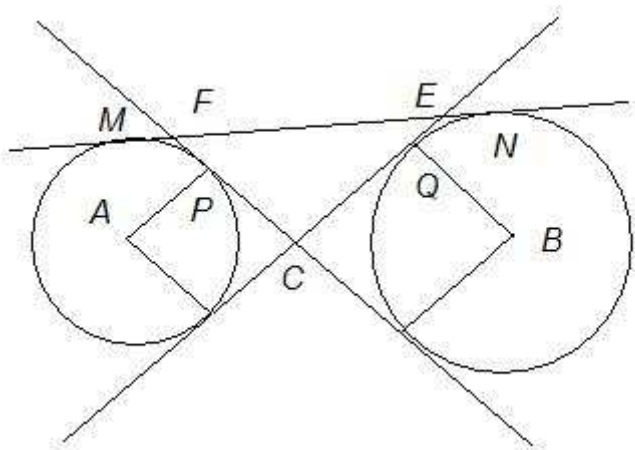
Ответ: 15.

Задача 2

Задача предложена Григорием Михайловичем Головачевым, преподавателем Академической гимназии СПбГУ, к.ф.-м.н.

Две внутренние касательные к двум окружностям перпендикулярны. Найдите площадь треугольника, образованного внешней и двумя внутренними касательными к этим окружностям, если радиусы окружностей равны 12 и 13.

Решение



Все обозначения - на рисунке.

Точки A и B - центры окружностей, AP и BQ - радиусы.

Углы APC , BQC , PCQ - прямые.

Требуется найти площадь треугольника FCE . Пусть

$MF=FP=x$, $QE=EN=y$, $FE=a$,

$AP=PC=12$, $CQ=QB=13$.

Касательные, проведенные из

точки F к правой окружности, равны. Отсюда $x+12+13=a+y$. Аналогично для касательных, проведенных из точки E к левой окружности $y+12+13=a+x$. Получаем, что $x=y$, $a=25$. Применим теорему Пифагора к треугольнику FCE . $(x+12)^2 + (x+13)^2 = a^2 = 25^2$. Из этого уравнения можно выразить $x^2 + 25x$. (Заметим, что величину x мы вычислять не будем). Получили $x^2 + 25x = 156$. Площадь треугольника FCE можно найти как половину произведения FC и CE , т.е. $0,5(x+12)(x+13) = 0,5(x^2 + 25x + 156)$. Отсюда получаем ответ: площадь равна 156, т.е. произведению радиусов окружностей.

Ответ: 156

Задача 3

Задача предложена Владимиром Златковичем Шаричем, ассистентом кафедры математики СУНЦ МГУ.

Множество точек плоскости, декартовы координаты которых удовлетворяют соотношению $x^2 + 4x + 2y^2 + 4y + 3xy = 0$, представляет собой две прямые. Найдите координаты точки пересечения этих прямых.

Решение

Поскольку $x^2 + 4x + 2y^2 + 4y + 3xy = (x + y)(x + 2y + 4)$, то эти прямые задаются уравнениями $y = -x$, $y = -\frac{x}{2} - 2$. Чтобы найти точку пересечения, нужно решить соответствующую систему уравнений.

Задача 2

Задача предложена Ильей Викторовичем Воробьевым, студентом механико-математического факультета МГУ.

В разложении $(x + y)^n$ по формуле бинома Ньютона второй член оказался равен 240, третий - 720, а четвертый - 1080. Найти n .

Решение

Составим три уравнения:

$$nx^{n-1}y = 240$$

$$\frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}y^2 = 720$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6}x^{n-3}y^3 = 1080$$

Теперь разделим второе на первое и третье на второе. Получим:

$$(n-1)\frac{y}{x} = 6 \quad \text{и} \quad (n-2)\frac{y}{x} = 4,5. \quad \text{Отсюда} \quad \frac{y}{x} = 1,5, \quad \text{а} \quad n = 5.$$

Задача 5

Решение задачи не предоставлено СУНЦ УрГУ

Ответ: 2178

Задача 6

Решение задачи не предоставлено СУНЦ УрГУ

Ответ: 2

ФИЗИКА

8 класс

Задача 1

Решение задачи не предоставлено АГ СПбГУ

Ответ: 75

Задача 2

Решение задачи не предоставлено АГ СПбГУ

Ответ: в) понизится

Задача 3

Задача предложена СУНЦ УрГУ

Два поезда, длиной по 360 м каждый, движутся по прямым параллельным путям навстречу друг другу с одинаковой скоростью 54 км/ч. Какое время пройдет после встречи поездов до того, как разминутся последние их вагоны?

Решение:

Перейдем в систему отсчета, связанную с каким-нибудь из поездов. Второй поезд в этой системе отсчета будет двигаться со скоростью $2V = 108$ км/ч или 30 м/с. От того момента, пока поравнялись локомотивы поездов до того момента, пока разминутся их последние вагоны поезд в этом системе отсчета должен пройти расстояние $2L = 720$ м. Тогда время движения t равно $t = 2L / 2V = 24$ с.

Задача 4

Задача предложена СУНЦ УрГУ

Сосуд до краёв наполнен водой. Когда в него опустили детали, изготовленные из меди и алюминия, то из сосуда вылилось 80 грамм воды, а масса увеличилась на 680 грамм. Каковы массы деталей. В ответе через запятую укажите сначала массу медной детали, а затем алюминиевой. Ответ выразите в граммах.

Решение:

Объем вылившейся воды равен 80 куб.см., следовательно, суммарный объем деталей из меди и алюминия равен 80 куб.см. Суммарная масса деталей равна $680 + 80 = 760$ (г). Пытаясь найти из полученных соотношений массы деталей, получим для медной массу 781г, для алюминиевой – (-21г), то есть данная задача решений не имеет.

Задача 5

Задача предложена СУНЦ УрГУ

Радиостанция, находящаяся в пункте М, посылает сигналы точного времени. Это сигнал с помощью приёмника принимает наблюдатель, находящийся в точке N, и через 1,5 секунды после приёма сигнала он слышит сигнал точного времени от громкоговорителя, транслирующего передачи данной радиостанции, находящегося в точке S. Чему равно расстояние между громкоговорителем и наблюдателем? Скорость распространения электромагнитных волн 300 000 км/с, скорость распространения звука в воздухе около 330 м/с.

Решение:

Громкоговоритель и наблюдатель могут находиться от станции на разных расстояниях, поэтому время, которое необходимо электромагнитным волнам, чтобы распространяясь от станции достичь точки N и S, может быть различным. Но поскольку скорость распространения электромагнитных волн намного больше скорости звука, то этим различием будем пренебрегать. Тогда расстояние $NS = 330 \cdot 1,5 = 495$ м.

Ответ 495 м.

Задача 6

Задача предложена СУНЦ УрГУ

Высотой Солнца над горизонтом называют угол между солнечными лучами и горизонтом. Пусть высота Солнца равна $\alpha = 40^\circ$. Под каким углом β к горизонту следует расположить плоское зеркало, чтобы «зайчиком» от него осветить дно глубокого колодца?

Решение:

Зеркало нужно расположить так, чтобы солнечные лучи, отражённые от него, распространялись вертикально. Тогда $2\beta - \alpha = 90^\circ$. Угол β равен 65° .

Ответ: 65° .

9 класс

Задача 1

Решение задачи не предоставлено АГ СПбГУ

Ответ: г) ответ зависит от параметров задачи

Задача 2

Решение задачи не предоставлено АГ СПбГУ

Ответ: б) схема «б» экономичнее схемы «а»

Задача 3

Задача предложена СУНЦ УрГУ

Как известно, спускаясь по канату «на руках», можно обжечься. Какое количество тепла может выделиться, если высота каната $h = 5$ м, а масса человека $M = 70$ кг?

Решение:

$$Q = mgh = 70 \cdot 10 \cdot 5 = 3500 \text{ Дж.}$$

ОТВЕТ: $Q = mgh = 70 \cdot 10 \cdot 5 = 3500$ Дж.

Задача 4

Задача предложена СУНЦ УрГУ

Высотой Солнца над горизонтом называют угол между солнечными лучами и горизонтом. Пусть высота Солнца равна $\alpha = 40^\circ$. Под каким углом β к горизонту следует расположить плоское зеркало, чтобы «зайчиком» от него осветить дно глубокого колодца?

Решение:

Зеркало нужно расположить так, чтобы солнечные лучи, отражённые от него, распространялись вертикально. Тогда $2\beta - \alpha = 90^\circ$. Угол β равен 65° .

Ответ: 65° .

Задача 5

Задача предложена СУНЦ УрГУ

Стробоскопическим называется такой способ освещения: перед фонарём ставится непрозрачный диск с отверстиями, который приводится во вращение. Таким образом получается прерывистое освещение: предмет освещён тогда, когда свет от фонаря проходит через отверстие, когда на пути световых лучей, идущих от фонаря, возникает сплошная часть диска, то освещение отсутствует. Число вспышек зависит от частоты вращения диска и от числа отверстий в нём.

Пусть на ленту транспортёра, движущуюся со скоростью $V = 3$ м/с, автомат опускает небольшие шарики, которые прилипают к ленте. Расстояние между двумя соседними шариками равно $L = 10$ см. При какой частоте вращения диска стробоскопа шарики, перемещающиеся вместе с лентой транспортёра, будут казаться неподвижными? В диске 4 отверстия.

Решение:

Число вспышек в единицу времени будет равно $4n$, где n – частота вращения диска. Промежуток времени между двумя вспышками $t = 1/4n$. Если за это время шарик проходит расстояние kL , где k – целое число, то за время «темноты» один шарик становится на место другого, и они кажутся неподвижными, таким образом $V/4n = kL$.

$$V \cdot \frac{1}{4n} = kL.$$

Тогда $n = V/4kL$.

$$n = \frac{V}{4kL}.$$

Если $k = 1$, то $n = 7.5 \text{ с}^{-1}$,

Если $k = 2$, то $n = 3.75 \text{ с}^{-1}$,

Если $k = 3$, то $n = 2.5 \text{ с}^{-1}$ и т.д. Максимальное число оборотов диска равно 7.5 с^{-1} и может быть в целое число раз меньше этой величины. Однако, чем меньше оборотов делает диск в единицу времени, тем дольше будет освещаться шарик и тем больший путь он пройдёт за «светлое» время.

Картина будет становиться менее чёткой. Поэтому $n = 7.5 \text{ с}^{-1}$.

Ответ: $n = 7.5 \text{ с}^{-1}$.

Задача 6

Задача предложена СУНЦ УрГУ

Открытый сосуд, в котором находится перегретая вода при температуре 110°C , случайно задела, и вода мгновенно закипела. Какая часть воды (в %) превратится в пар?

Решение:

При охлаждении воды от 110°C до 100°C выделится количество теплоты, равное $cm\Delta t$, где c – удельная теплоёмкость воды. Этого количества теплоты хватит, чтобы испарить при 100°C массу m' , определяемую из уравнения $m'L = cm\Delta t$,

где L – удельная теплота парообразования воды.

Таким образом, отношение $m'/m = 0,018$ или $1,8 \%$.

10 класс

Задача 1

Решение задачи не предоставлено АГ СПбГУ

Ответ: 1.5

Задача 2

Решение задачи не предоставлено АГ СПбГУ

Ответ: б) меньшую первоначальной

Задача 3

Задача предложена СУНЦ УрГУ

Лиана выдерживает двух обезьян, висящих на её конце. Выдержит ли лиана, если на ней будет висеть одна обезьяна и раскачиваться с отклонением от вертикали 45° ? Чему равно натяжение лианы в этом случае? Масса любой обезьяны $m = 20$ кг.

Решение:

Очевидно, что максимальная сила, которую выдерживает лиана, равна $T_{\max} = 2mg$, где m - масса одной обезьяны.

Если на лиане качается одна обезьяна, то сила натяжения T будет максимальна, тогда когда лиана вертикальна, при этом

$$T = m \left(g + \frac{V^2}{L} \right),$$

где V - скорость обезьяны при прохождении равновесия, L - длина лианы.

Из закона сохранения энергии имеем

$$mgL(1 - \cos \alpha) = \frac{mV^2}{2}.$$

Из двух соотношений определяем T

$$T = mg(3 - 2\cos \alpha).$$

Так как $\alpha = 45^\circ$, то $T = mg(3 - \sqrt{2}) < 2mg$; $T = 317$ Н.

Следовательно, лиана не порвётся.

Задача 4

Задача предложена СУНЦ УрГУ

Почему, спускаясь по канату «на руках», можно обжечься? Какое количество тепла может выделиться, если высота каната $h = 5$ м, а масса человека $M = 70$ кг?

Решение:

Из-за трения о канат. $Q = mgh = 3500$ Я/

ОТВЕТ: $Q = mgh = 70 \cdot 10 \cdot 5 = 3500$ Дж.

Задача 5

Задача предложена СУНЦ УрГУ

Изогнутая под прямым углом трубка круглого постоянного сечения перемещается в длинной канаве с водой горизонтально со скоростью V так, что один её прямой участок всё время остаётся горизонтальным, а второй – вертикальным. Чему равна V , если вода в вертикальном участке трубы поднимается на высоту $h = 2$ метра от уровня жидкости в канаве?

Решение:

Рассмотрим уравнение Бернулли в системе отсчета, связанной с трубой. На трубу набегают жидкость со скоростью V . В трубке тока, которая проходит через середину сечения трубы и заканчивается самым верхним участком жидкости в вертикальном прямом участке трубы, имеется точка, расположенная в центре входного отверстия горизонтального прямого участка трубы. Здесь скорость течения жидкости в выбранной системе отсчета равна нулю, следовательно, статическое давление равно ρgh . В этой же трубке тока имеются точки, расположенные далеко от входного отверстия трубы и близко к поверхности воды в канаве. Для них динамическое давление равно $\rho V^2/2$, а статическое давление равно нулю.

Отсюда следует: $\rho gh = \rho V^2/2$. Или $V = (2gh)^{0,5} \approx 6.3$ м/с.

Задача 6

Задача предложена СУНЦ УрГУ

Герметично закрытый сосуд полностью (!) заполнен водой. Представим, что силы взаимодействия между молекулами воды мгновенно исчезают, тогда жидкость превращается в газ. Каким будет давление внутри сосуда? Температура постоянна и равна 27°C .

Решение:

Газ заполнит весь сосуд, так же как и вода ранее. Масса не изменилась, объём тоже, поэтому плотность получившегося пара равна плотности воды, т.е. 1000 кг/м³. Вспомним уравнение состояния газа

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

Где m – масса газа, M – молярная масса воды (18 г/моль), R – универсальная газовая постоянная, T – температура, V – объём. Преобразуем выражение для давления

$$p = \frac{m}{V} \frac{RT}{M} = \rho \frac{RT}{M},$$

Где ρ – плотность газа.

Оценим давление $p = 1,4 \cdot 10^8$ Па.

ХИМИЯ

8 класс

Задача 1

Решение задачи не предоставлено АГ СПбГУ

Ответ: Г) $1s \rightarrow 2s \rightarrow 2p \rightarrow 3s \rightarrow 3p \rightarrow 4s \rightarrow 3d$

Задача 2

Решение задачи не предоставлено АГ СПбГУ

Ответ: Б) 200 г

Задача 3

Задача предложена Натальей Игоревной Морозовой, старшим преподавателем СУНЦ МГУ

Молекулярной структуры не имеет:

1) иод (тв.); 2) графит (тв.); 3) углекислый газ (тв.); 4) метан (тв.); 5) бром (ж.); 6) свинец (тв.); 7) вода (тв.)

Решение

Иод, углекислый газ, метан, бром и вода состоят из молекул: I_2 , CO_2 , CH_4 , Br_2 , H_2O .

Графит построен из бесконечных слоев атомов углерода, связанных в гексагональную "сетку", похожую на соты.

Свинец - металл, его кристаллическая решетка состоит из атомов.

Ответ: 2) графит; 6) свинец.

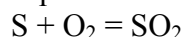
Задача 4

Задача предложена Натальей Игоревной Морозовой, старшим преподавателем СУНЦ МГУ

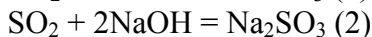
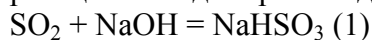
8 г серы сожгли в избытке кислорода без катализатора, продукт сгорания затем поглотили, используя для поглощения минимально необходимую массу 2% раствора гидроксида натрия. Определите формулу (индексы вводите как строчные цифры, например: Cu_2O), массу образовавшейся соли и массу раствора гидроксида натрия.

Решение

Запишем уравнение реакции сжигания серы:



Запишем возможные уравнения реакций оксида серы с гидроксидом натрия:



В условии указано, что использовали минимально необходимую массу гидроксида натрия.

Этому условию отвечает уравнение (1).

Найдем количество и массу соли:

$$n(NaHSO_3) = n(SO_2) = n(S) = m(S)/M(S) = 8/32 = 0,25 \text{ моль.}$$

$$m(\text{NaHSO}_3) = n(\text{NaHSO}_3) \cdot M(\text{NaHSO}_3) = 0,25 \cdot 104 = 26 \text{ г.}$$

Найдем количество и массу NaOH:

$$n(\text{NaOH}) = n(\text{NaHSO}_3) = 0,25 \text{ моль.}$$

$$m(\text{NaOH}) = n(\text{NaOH}) \cdot M(\text{NaOH}) = 0,25 \cdot 40 = 10 \text{ г.}$$

$$m(\text{р-ра NaOH}) = m(\text{NaOH}) / \omega(\text{NaOH}) = 10 / 0,02 = 500 \text{ г.}$$

Ответ: 1) NaHSO₃, 2) 26 г, 3) 500 г

Задача 5

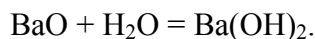
Задача предложена Натальей Игоревной Морозовой, старшим преподавателем СУНЦ МГУ

В избытке воды массой В г растворили А г оксида бария BaO . Какова будет массовая доля С вещества, которое получилось в образовавшемся растворе?

1) $C = A / (A + B)$; 2) $C = 153A / 171(A + B)$; 3) $C = 171A / 153(A + B)$; 4) $C = 171A / (153A + B)$; 5) $C = A / B$

Решение

Запишем уравнение реакции:



Массовая доля равна:

$$\omega = m(\text{в-ва}) / m(\text{р-ра}).$$

Вещество в растворе – это гидроксид бария Ba(OH)₂. Найдем его массу, ведя расчет по оксиду бария, т.к. вода в избытке:

$$m(\text{в-ва}) = m(\text{Ba}(\text{OH})_2) = n(\text{Ba}(\text{OH})_2) \cdot M(\text{Ba}(\text{OH})_2) = n(\text{BaO}) \cdot M(\text{Ba}(\text{OH})_2) = \frac{m(\text{BaO})}{M(\text{BaO})} \cdot M(\text{Ba}(\text{OH})_2) = 171A / 153.$$

Масса раствора складывается из масс исходных веществ, т.к. из полученного раствора ничего не выделяется:

$$m(\text{р-ра}) = A + B.$$

Итак:

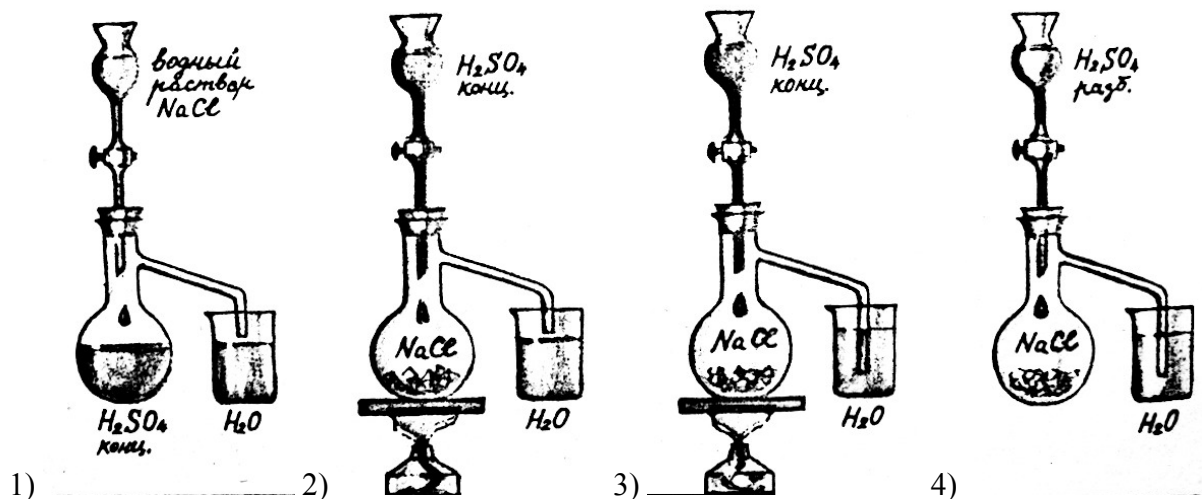
$$\omega = \frac{171A / 153}{A + B} = 171A / 153(A + B).$$

Ответ: 3) $C = 171A / 153(A + B)$.

Задача 6

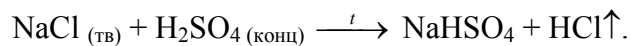
Задача предложена Натальей Игоревной Морозовой, старшим преподавателем СУНЦ МГУ

Выберите рисунок, который соответствует наиболее правильному способу получения соляной кислоты:



Решение

Запишем уравнение реакции:



В реакции участвуют твердая соль и концентрированная серная кислота (иначе хлороводород не выделялся бы, поскольку в растворе отсутствуют условия протекания этой реакции до конца). Поэтому варианты 1 и 4 отпадают. Варианты 2 и 3 различаются способом поглощения хлороводорода. Хлороводород – очень хорошо растворимый газ, его растворимость около 500 л на 1 л воды. Если газоотводная трубка прибора опущена в воду (как в варианте 3), то в ней растворяется весь хлороводород, находящийся в приборе, образуется разрежение, и вода засасывается в прибор. Чтобы этого не допустить, используют вариант 2.

Ответ: 2)

9 класс

Задача 1

Решение задачи не предоставлено АГ СПбГУ

Ответ: В) сульфит алюминия

Задача 2

Решение задачи не предоставлено АГ СПбГУ

Ответ: В) 11%

Задача 3

Задача предложена Натальей Игоревной Морозовой, старшим преподавателем СУНЦ МГУ

Молекулярной структуры не имеет:

1) иод (тв.); 2) графит (тв.); 3) углекислый газ (тв.); 4) метан (тв.); 5) бром (ж.); 6) свинец (тв.); 7) вода (тв.)

Решение

Иод, углекислый газ, метан, бром и вода состоят из молекул: I_2 , CO_2 , CH_4 , Br_2 , H_2O .

Графит построен из бесконечных слоев атомов углерода, связанных в гексагональную "сетку", похожую на соты.

Свинец - металл, его кристаллическая решетка состоит из атомов.

Ответ: 2) графит; 6) свинец.

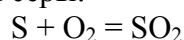
Задача 4

Задача предложена Натальей Игоревной Морозовой, старшим преподавателем СУНЦ МГУ

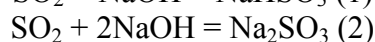
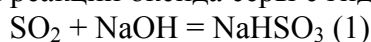
8 г серы сожгли в избытке кислорода без катализатора, продукт сгорания затем поглотили, используя для поглощения минимально необходимую массу 2% раствора гидроксида натрия. Определите формулу (индексы вводите как строчные цифры, например: Cu_2O), массу образовавшейся соли и массу раствора гидроксида натрия.

Решение

Запишем уравнение реакции сжигания серы:



Запишем возможные уравнения реакций оксида серы с гидроксидом натрия:



В условии указано, что использовали минимально необходимую массу гидроксида натрия. Этому условию отвечает уравнение (1).

Найдем количество и массу соли:

$$n(NaHSO_3) = n(SO_2) = n(S) = m(S)/M(S) = 8/32 = 0,25 \text{ моль.}$$

$$m(NaHSO_3) = n(NaHSO_3) \cdot M(NaHSO_3) = 0,25 \cdot 104 = 26 \text{ г.}$$

Найдем количество и массу NaOH:

$$n(NaOH) = n(NaHSO_3) = 0,25 \text{ моль.}$$

$$m(NaOH) = n(NaOH) \cdot M(NaOH) = 0,25 \cdot 40 = 10 \text{ г.}$$

$$m(p\text{-ра NaOH}) = m(NaOH)/\omega(NaOH) = 10/0,02 = 500 \text{ г.}$$

Ответ: 1) $NaHSO_3$, 2) 26 г, 3) 500 г

Задача 5

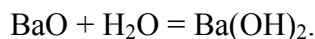
Задача предложена Натальей Игоревной Морозовой, старшим преподавателем СУНЦ МГУ

В избытке воды массой В г растворили А г оксида бария BaO . Какова будет массовая доля С вещества, которое получилось в образовавшемся растворе?

1) $C = A/(A + B)$; 2) $C = 153A/171(A + B)$; 3) $C = 171A/153(A + B)$; 4) $C = 171A/(153A + B)$;
5) $C = A/B$

Решение

Запишем уравнение реакции:



Массовая доля равна:

$$\omega = m(v\text{-ва})/m(p\text{-ра}).$$

Вещество в растворе – это гидроксид бария $Ba(OH)_2$. Найдем его массу, ведя расчет по оксиду бария, т.к. вода в избытке:

$$m(\text{в-ва}) = m(\text{Ba(OH)}_2) = n(\text{Ba(OH)}_2) \cdot M(\text{Ba(OH)}_2) = n(\text{BaO}) \cdot M(\text{Ba(OH)}_2) = \frac{m(\text{BaO})}{M(\text{BaO})} \cdot M(\text{Ba(OH)}_2) = 171A/153.$$

Масса раствора складывается из масс исходных веществ, т.к. из полученного раствора ничего не выделяется:

$$m(\text{р-ра}) = A + B.$$

Итак:

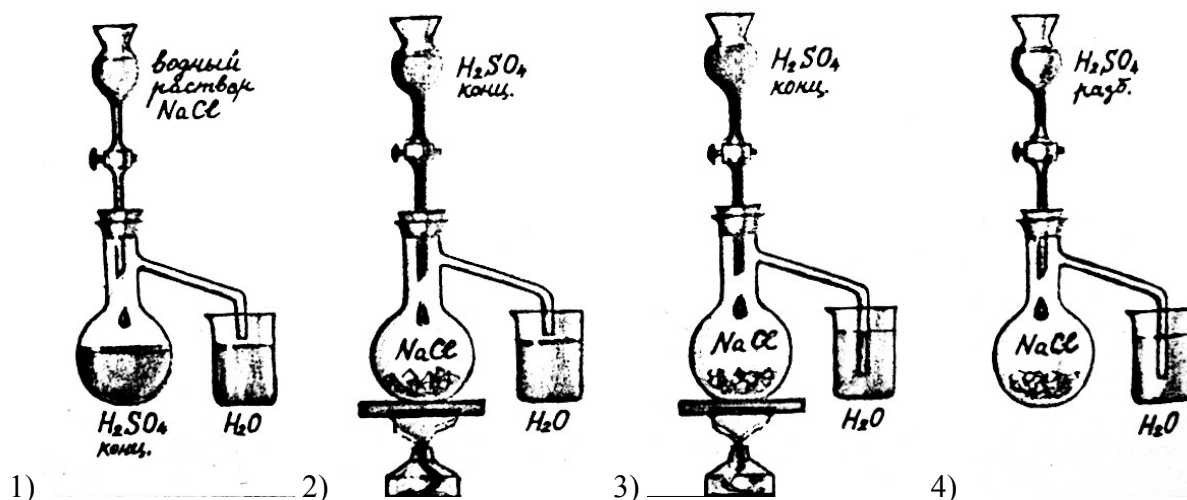
$$\omega = \frac{171A/153}{A + B} = 171A/153(A+B).$$

Ответ: 3) $C = 171A/153(A + B)$.

Задача 6

Задача предложена Натальей Игоревной Морозовой, старшим преподавателем СУНЦ МГУ

Выберите рисунок, который соответствует наиболее правильному способу получения соляной кислоты:



1) _____

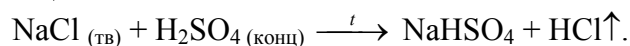
2) _____

3) _____

4) _____

Решение

Запишем уравнение реакции:



В реакции участвуют твердая соль и концентрированная серная кислота (иначе хлороводород не выделялся бы, поскольку в растворе отсутствуют условия протекания этой реакции до конца). Поэтому варианты 1 и 4 отпадают. Варианты 2 и 3 различаются способом поглощения хлороводорода. Хлороводород – очень хорошо растворимый газ, его растворимость около 500 л на 1 л воды. Если газоотводная трубка прибора опущена в воду (как в варианте 3), то в ней растворяется весь хлороводород, находящийся в приборе, образуется разрежение, и вода засасывается в прибор. Чтобы этого не допустить, используют вариант 2.

Ответ: 2)

10 класс

Задача 1

Решение задачи не предоставлено АГ СПбГУ

Ответ: А) 1,2,3-триметилбензол

Задача 2

Решение задачи не предоставлено АГ СПбГУ

Ответ: Г) 7

Задача 3

Задача предложена Натальей Игоревной Морозовой, старшим преподавателем СУНЦ МГУ

Молекулярной структуры не имеет:

1) иод (тв.); 2) графит (тв.); 3) углекислый газ (тв.); 4) метан (тв.); 5) бром (ж.); 6) свинец (тв.); 7) вода (тв.)

Решение

Иод, углекислый газ, метан, бром и вода состоят из молекул: I_2 , CO_2 , CH_4 , Br_2 , H_2O .

Графит построен из бесконечных слоев атомов углерода, связанных в гексагональную "сетку", похожую на соты.

Свинец - металл, его кристаллическая решетка состоит из атомов.

Ответ: 2) графит; 6) свинец.

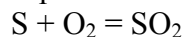
Задача 4

Задача предложена Натальей Игоревной Морозовой, старшим преподавателем СУНЦ МГУ

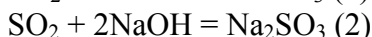
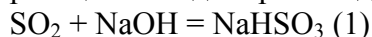
8 г серы сожгли в избытке кислорода без катализатора, продукт сгорания затем поглотили, используя для поглощения минимально необходимую массу 2% раствора гидроксида натрия. Определите формулу (индексы вводите как строчные цифры, например: Cu_2O), массу образовавшейся соли и массу раствора гидроксида натрия.

Решение

Запишем уравнение реакции сжигания серы:



Запишем возможные уравнения реакций оксида серы с гидроксидом натрия:



В условии указано, что использовали минимально необходимую массу гидроксида натрия. Этому условию отвечает уравнение (1).

Найдем количество и массу соли:

$$n(NaHSO_3) = n(SO_2) = n(S) = m(S)/M(S) = 8/32 = 0,25 \text{ моль.}$$

$$m(NaHSO_3) = n(NaHSO_3) \cdot M(NaHSO_3) = 0,25 \cdot 104 = 26 \text{ г.}$$

Найдем количество и массу NaOH:

$$n(NaOH) = n(NaHSO_3) = 0,25 \text{ моль.}$$

$$m(NaOH) = n(NaOH) \cdot M(NaOH) = 0,25 \cdot 40 = 10 \text{ г.}$$

$$m(p\text{-ра NaOH}) = m(NaOH)/\omega(NaOH) = 10/0,02 = 500 \text{ г.}$$

Ответ: 1) NaHSO_3 , 2) 26 г, 3) 500 г

Задача 5

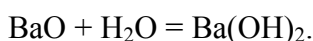
Задача предложена Натальей Игоревной Морозовой, старшим преподавателем СУНЦ МГУ

В избытке воды массой V г растворили A г оксида бария BaO . Какова будет массовая доля C вещества, которое получилось в образовавшемся растворе?

1) $C = A/(A + V)$; 2) $C = 153A/171(A + V)$; 3) $C = 171A/153(A + V)$; 4) $C = 171A/(153A + V)$; 5) $C = A/V$

Решение

Запишем уравнение реакции:



Массовая доля равна:

$$\omega = m(\text{в-ва})/m(\text{р-ра}).$$

Вещество в растворе – это гидроксид бария $\text{Ba}(\text{OH})_2$. Найдем его массу, ведя расчет по оксиду бария, т.к. вода в избытке:

$$\begin{aligned} m(\text{в-ва}) &= m(\text{Ba}(\text{OH})_2) = n(\text{Ba}(\text{OH})_2) \cdot M(\text{Ba}(\text{OH})_2) = n(\text{BaO}) \cdot M(\text{Ba}(\text{OH})_2) = \\ &= \frac{m(\text{BaO})}{M(\text{BaO})} \cdot M(\text{Ba}(\text{OH})_2) = 171A/153. \end{aligned}$$

Масса раствора складывается из масс исходных веществ, т.к. из полученного раствора ничего не выделяется:

$$m(\text{р-ра}) = A + V.$$

Итак:

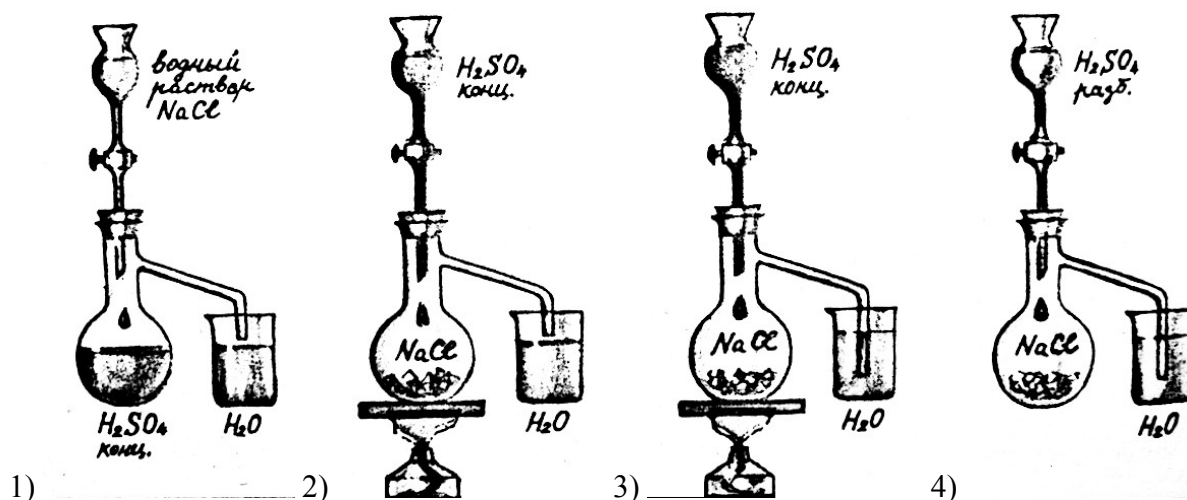
$$\omega = \frac{171A/153}{A + V} = 171A/153(A + V).$$

Ответ: 3) $C = 171A/153(A + V)$.

Задача 6

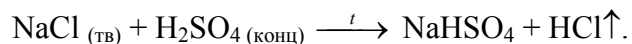
Задача предложена Натальей Игоревной Морозовой, старшим преподавателем СУНЦ МГУ

Выберите рисунок, который соответствует наиболее правильному способу получения соляной кислоты:



Решение

Запишем уравнение реакции:



В реакции участвуют твердая соль и концентрированная серная кислота (иначе хлороводород не выделялся бы, поскольку в растворе отсутствуют условия протекания этой реакции до конца). Поэтому варианты 1 и 4 отпадают. Варианты 2 и 3 различаются способом поглощения хлороводорода. Хлороводород – очень хорошо растворимый газ, его растворимость около 500 л на 1 л воды. Если газоотводная трубка прибора опущена в воду (как в варианте 3), то в ней растворяется весь хлороводород, находящийся в приборе, образуется разрежение, и вода засасывается в прибор. Чтобы этого не допустить, используют вариант 2.

Ответ: 2)